

# Analysis einer Variablen (LAG): Tutoriumsblatt 6

## Aufgabe T6.1

- (a) Es sei  $z \in \mathbb{C}$  mit  $z = 1 + \sqrt{3}i$ . Berechne  $|z|$ .
- (b) Es sei  $z \in \mathbb{C}$  mit  $z = \frac{(2-3i)^2}{4-i}$ . Bestimme  $\operatorname{Re}(z)$  und  $\operatorname{Im}(z)$ .

## Aufgabe T6.2 Skizziere die Menge

$$M_a := \left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}\left(\frac{z-1}{z+1}\right) > 0, 1 < |z-i| + |z| \right\}$$

in der komplexen Zahlenebene.

## Aufgabe T6.3

- (a) Zeige, dass die Abbildung  $d_\infty : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$\left( \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \right) \mapsto \max \{ |x_1 - y_1|, |x_2 - y_2| \}$$

eine Metrik auf  $\mathbb{R}^2$  bildet.

- (b) Zeichne die Einheitssphäre, also die Menge  $\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^2 : d_\infty(\vec{x}, \vec{0}) = 1 \}$ .

## Aufgabe T6.4 Es sei $(X, d)$ ein metrischer Raum und $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge in $X$ .

- a) Zeige: Sind die Teilfolgen  $(x_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$  und  $(x_{2n+1})_{n \in \mathbb{N}}$  beide konvergent mit Grenzwert  $x$ , so konvergiert die Folge  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und besitzt den Grenzwert  $x \in X$ .
- b) Gib ein Beispiel einer Folge  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  in  $\mathbb{R}$  an, sodass die Teilfolgen  $(x_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$  und  $(x_{2n+1})_{n \in \mathbb{N}}$  konvergieren, die Folge  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  jedoch nicht konvergiert.