

# Analysis einer Variablen (LAG): Tutoriumsblatt 4

**Aufgabe T4.1** Sei  $n \in \mathbb{N}$ . Zeige, dass

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

**Aufgabe T4.2** Seien  $n, k \in \mathbb{N}_0$  mit  $k \leq n$ . Wir erinnern daran, dass  $n! = \prod_{i=1}^n i$  und  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .

(a) Sei  $[n] := \{1, \dots, n\}$  und definiere

$$\mathcal{S}_n := \left\{ f: [n] \rightarrow [n] : f \text{ ist bijektiv} \right\}$$

als die Menge der *Permutationen* auf  $[n]$ . Zeige, dass  $|\mathcal{S}_n| = n!$ .

(b) Zeige, dass die Anzahl der  $k$ -elementigen Teilmengen von  $[n]$  genau  $\binom{n}{k}$  ist.

**Aufgabe T4.3** Zeige, dass  $\mathbb{Z}$  abzählbar ist.

**Aufgabe T4.4** Es sei  $(X, \leq)$  eine totalgeordnete Menge und  $\{x_1, \dots, x_n\} \subseteq X$  (mit  $n \in \mathbb{N}$ ) eine Teilmenge von  $X$ . Zeige, dass  $\max\{x_1, \dots, x_n\}$  und  $\min\{x_1, \dots, x_n\}$  existieren.