LMU München
Mathematisches Institut
WiSe 2019/20

PD Dr. Heribert Zenk
M. Feistl, K. Matzke

Analysis einer Variablen (LAG): Tutoriumsblatt 2

Aufgabe T2.1 Sei $M := \{a, b\}$ eine zweielementige Menge. Bestimme alle Relationen auf M und untersuche diese auf:
(a) Reflexivität
(b) Symmentrie
(c) Antisymmetrie
(d) Transitivität
Gib anschließend alle Äquivalenzrelationen, Partialordnungen sowie Totalordnungen an.

Aufgabe T2.2
Es sei $\emptyset \neq I$ eine Menge und X_i sei für alle $i \in I$ eine Menge. Für $i, j \in I$ schreibe $X_i \sim X_j$ genau dann wenn es eine bijektive Abbildung $f : X_i \to X_j$ gibt. Zeige

a) $\sim$ definiert eine Äquivalenzrelation auf $\{X_i : i \in I\}$.

b) Es sei nun $I = \{1, 2, 3, 4\}$ und $X_1 = \{\Diamond, 7, 0\}, X_2 = \{\heartsuit, \Diamond\}, X_3 = \{\bullet\}, X_4 = \{\triangle, \Box, 5\}$. Was sind die Äquivalenzklassen $[X_j]_\sim, j = 1, 2, 3, 4$?

Aufgabe T2.3 Untersuche die beiden folgenden Abbildungen auf Injektivität, Surjektivität bzw. Bijektivität.

(a) $$f : \begin{array}{ccl} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x, y) & \longmapsto & x^2 + y^2 + 1 \end{array}$$

(b) $$f : \begin{array}{ccl} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ (x, y) & \longmapsto & (x + y,\ x - y) \end{array}$$

Aufgabe T2.4 Sei $X_n := \{5^n k : k \in \mathbb{Z}\}$ für $n \in \mathbb{N}$ und $X := \{X_n : n \in \mathbb{N}\}$.
Betrachten Sie X als Teilmenge der Potenzmenge $\mathcal{P}(\mathbb{Z})$.

a) Zeigen Sie, dass X durch die Mengeninklusion $\subseteq$ zu einer total geordneten Menge wird.

b) Bestimmen Sie, falls existent, das Infimum, Supremum, Minimum und Maximum der Menge X in $\mathcal{P}(\mathbb{Z})$.