LMU München
Mathematisches Institut
WiSe 2019/20

PD Dr. Heribert Zenk
M. Feistl, K. Matzke

Analysis einer Variablen (LAG): Tutoriumsblatt 1

Aufgabe T1.1 Untersuche die folgenden Aussagen auf ihren Wahrheitsgehalt unter der Voraussetzung, dass es Töpfe und Deckel jeder Form und Größe gibt. Formuliere anschließend die Negation einer jeden Aussage.

(a) Auf jeden Topf passt ein Deckel.
(b) Es gibt einen Topf, auf den alle Deckel passen.
(c) Jeder Deckel passt auf wenigstens einen Topf.
(d) Es gibt einen Topf, auf den ein Deckel passt.
(e) Auf jeden Topf passen alle Deckel.
(f) Es gibt einen Deckel, der auf alle Töpfe passt.

Aufgabe T1.2 Es seien X, Y, I, J Mengen. Weiter sei für jedes $i \in I$ eine Menge $X_i \subseteq X$ gegeben und für jedes $j \in J$ eine Menge $Y_j \subseteq Y$. Beweise die folgenden Mengengleichungen:

$$\text{(a)} \quad X \setminus \Big(\bigcup_{i \in I} X_i \Big) = \bigcap_{i \in I} (X \setminus X_i),$$

$$\text{(b)} \quad \Big(\bigcap_{i \in I} X_i \Big) \cup \Big(\bigcap_{j \in J} Y_j \Big) = \bigcap_{(i,j) \in I \times J} (X_i \cup Y_j).$$

Aufgabe T1.3 Es seien $f\colon X \to Y$ und $g\colon Y \to Z$ Funktionen. Zeige:

(a) Sind f und g injektiv, dann ist auch $g \circ f$ injektiv.
(b) Sind f und g surjektiv, dann ist auch $g \circ f$ surjektiv.
(c) Sind f und g bijektiv, dann ist auch $g \circ f$ bijektiv.

Aufgabe T1.4

(a) Es seien die folgenden Aussagen gegeben:

$A :=$ Der Student geht in die Uni.
$B :=$ Es ist Wochenende.
$C :=$ Es wird eine Prüfung stattfinden.
$D :=$ Der Student hat Angst.
$E :=$ Der Student geht feiern.
$F :=$ Der Student hat zu wenig gelernt.

Finde die umgangssprachlichen Sätze zu den folgenden Aussagen:

1) $B \Rightarrow (\neg A)$, 2) $D \Leftrightarrow C \wedge F$, 3) $(\neg F) \vee B \Rightarrow E$, 4) $B \wedge C \Rightarrow (\neg E)$, 5) $\neg(\neg A \wedge \neg E)$.

(b) Sei $a \in \mathbb{Q}$ eine rationale Zahl und $A = \{a_1, a_2, a_3, ...\} \subseteq \mathbb{Q}$ eine Teilmenge der rationalen Zahlen. Formuliere die folgende Aussage in normale Sprache um, verneine sie und schreibe die erhaltene Verneinung wieder in mathematische Symbole:

$$\forall \varepsilon > 0 \, \exists \, N_\varepsilon \in \mathbb{N} \, \forall n > N_\varepsilon : |a_n - a| < \varepsilon,$$

wobei ε eine rationale Zahl sei.