

## Übungsblatt 7 zu Funktionentheorie und Spektraltheorie

### Aufgabe 20:

Es sei  $X$  ein  $\mathbb{C}$ -Banachraum,  $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{C}$  ein stückweiser  $C^1$ -Weg und  $\varphi : [\alpha, \beta] \rightarrow [a, b]$  ein  $C^1$ -Parameterwechsel – dh.  $\varphi$  ist surjektiv und streng monoton – von  $\gamma$ . Ist  $f : \text{Spur}\gamma \rightarrow X$  stetig, dann gilt:

$$\int_{\gamma} f dz = \int_{\gamma \circ \varphi} f dz$$

### Aufgabe 21:

Es sei  $X$  ein  $\mathbb{C}$ -Banachraum,  $U \subseteq \mathbb{C}$  offen,  $\gamma : [\alpha, \beta] \rightarrow U$  ein stückweiser  $C^1$ -Weg in  $U$ . Zu stetigem  $f : U \rightarrow X$  sei  $F : U \rightarrow X$  eine Stammfunktion; dann gilt:

$$\int_{\gamma} f dz = F(\gamma(\beta)) - F(\gamma(\alpha)) \quad (0.1)$$

### Aufgabe 22:

Es sei  $X$  ein  $\mathbb{C}$ -Banachraum,  $\gamma : [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{C}$  ein stückweiser  $C^1$ -Weg,  $g : \text{Spur}\gamma \rightarrow X$  stetig. Dann ist

$$f : \mathbb{C} \setminus \text{Spur}\gamma \rightarrow X \quad (0.2)$$

$$z \mapsto \int_{\gamma} \frac{g(\xi)}{\xi - z} d\xi$$

eine wohldefinierte analytische Funktion. Ferner ist für  $a \in \mathbb{C} \setminus \text{Spur}\gamma$  auf jeder offenen Kugel  $K(a, r) \subseteq \mathbb{C} \setminus \text{Spur}\gamma$  die Potenzreihenentwicklung  $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (z - a)^n$  von  $f$  mit Entwicklungspunkt  $a$  durch die Koeffizienten

$$c_k = \int_{\gamma} \frac{g(\xi)}{(\xi - a)^{k+1}} d\xi \quad (0.3)$$

gegeben.

### Aufgabe 23:

Es sei  $X$  ein **normierter** Vektorraum,  $\emptyset \neq U \subseteq X$  offen und zusammenhängend. Dann ist  $U$  wegzusammenhängend.

**Besprechung in der Übung am Mittwoch 4.12.2019**