

**Tutoriumsblatt 6 zu Mathematik III für Physiker****Aufgabe 1:**

Zeige, daß die folgenden Grenzwerte existieren und bestimme sie:

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x}{x^3 + x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{e^x}$

c)  $\lim_{x \searrow 0} x^2 \ln(x^2)$

**Aufgabe 2:**

Zeige, daß  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  in  $(0, 0)$  nicht differenzierbar ist, aber

$$(x, y) \mapsto \begin{cases} \frac{y^3}{x^2 + y^2} & \text{für } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

in jede Richtung  $v \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$  eine Richtungsableitung besitzt.

**Aufgabe 3:**

Es sei  $f : ]0, \infty[ \rightarrow \mathbb{R}$ . Bestimme die Grenzwerte von  $f$  und lokale Extrema. Auf welchen

Intervallen  $I \subseteq ]0, \infty[$  ist  $f|_I$  konvex bzw. konkav?