

Tutoriumsblatt 1 zu Mathematik III für Physiker**Aufgabe 1:**

a) Zeige, daß $f : \{z \in \mathbb{C} : |z - 1| < \frac{1}{3}\} \rightarrow \mathbb{C}$ wohldefiniert und eine stetige Funktion ist.

$$z \mapsto \sum_{k=0}^{\infty} \frac{3^k}{1+k} (z-1)^k$$

b) Zeige, daß 1 ein Berührungspunkt von $M := \{z \in \mathbb{C} : 0 < |z - 1| < \frac{1}{3}\}$ ist.

c) Zeige, daß der Grenzwert $\lim_{\substack{z \rightarrow 1 \\ z \in M}} \frac{f(z) + \frac{1}{2} - \frac{3}{2}z}{(z-1)^2}$ existiert und bestimme diesen.

Aufgabe 2: Zeige, daß für $f : [-4, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ das Bild

$$t \mapsto \begin{cases} (0, -t-1) & \text{für } t \in [-4, 0] \\ (\sin(t), -\cos(t)) & \text{für } t \in]0, \pi] \end{cases}$$

$f([-4, \pi])$ kompakt ist. Skizziere $f([-4, \pi])$.

Aufgabe 3: Zeige oder widerlege: Sind X, Y metrische Räume, $f : B \rightarrow Y$ stetig und $B \subseteq X$ beschränkt, so ist $f(B)$ beschränkt.