

## Tutoriumsblatt 7 zu Analysis mehrerer Variablen (Lehramt Gymnasium)

**Aufgabe 1:**

Es sei  $(X, \mathcal{O})$  ein kompakter topologischer Raum,  $(Y, \|\cdot\|)$  ein normierter Vektorraum. Zeige, daß

$$C(X, Y) := \{f : X \rightarrow Y : f \text{ ist stetig}\}$$

versehen mit

$$\|f\|_\infty := \sup\{\|f(x)\| : x \in X\}$$

einen normierten Raum  $(C(X, Y), \|\cdot\|_\infty)$  bildet.

**Aufgabe 2:**

Es sei  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Folge in  $\mathbb{R}$ . Zeige, daß es eine monotone Teilfolge  $(x_{\varphi(n)})_{n \in \mathbb{N}}$  von  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  gibt.

Hinweis: Gibt es ein  $k \in \mathbb{N}$  mit  $x_n \leq x_k$  für alle  $n \geq k$  – ist also  $k$  eine „Spitze“ für die Folge  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , so kann es endlich viele Spitzen geben oder ...

**Aufgabe 3:**

Zeige mit Aufgabe 2, daß  $\mathbb{R}$  versehen mit der Standardtopologie ein lokal kompakter topologischer Raum ist, dh. daß  $\mathbb{R}$  hausdorffsch ist und es für jedes  $x \in \mathbb{R}$  eine kompakte Umgebung von  $x$  gibt.