Tutoriumsblatt 5 zu Analysis mehrerer Variablen (Lehramt Gymnasium)

Aufgabe 1:

Überprüfe $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ auf Stetigkeit

$$x \mapsto \begin{cases} x^2 & \text{für } x \leq 0 \\ x & \text{für } x > 0 \end{cases}$$

- a) in $] - \infty, 0[$ mit dem Folgenkriterium
- b) in 0 mit dem $\varepsilon - \delta$ -Kriterium
- c) in $]0, \infty[$ über die topologische Definition.

Aufgabe 2:

Zeige, daß die Funktion $f :]0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ nicht gleichmäßig stetig ist, aber die Einschränkung

$$g : \left[\frac{1}{10}, 1\right] \rightarrow \mathbb{R} \text{ gleichmäßig stetig ist.}$$

$$x \mapsto \frac{1}{x}$$

Aufgabe 3:

Es sei (X, d) ein metrischer Raum und $\emptyset \neq Y \subseteq X$. Zeige:

$$\text{dist}(\cdot, Y) : X \rightarrow [0, \infty[$$

$$x \mapsto \text{dist}(x, Y) := \inf\{d(x, y) : y \in Y\}$$

ist gleichmäßig stetig.