Tutoriumsblatt 2 zu Analysis mehrerer Variablen (Lehramt Gymnasium)

Aufgabe 1:

Berechne eine Orthonormalbasis des \mathbb{R}^3 aus Eigenvektoren der Matrix

$$A = \left(\begin{array}{ccc} 4 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & 4 \end{array}\right)$$

Aufgabe 2:

Es sei $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathbb{R}^3}$ das Standardskalarprodukt auf \mathbb{R}^3 . Zeige, daß

$$\begin{array}{cccc} s_A: \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R} \\ & (\underline{x}, \underline{y}) & \mapsto & \langle \underline{x}, A\underline{y} \rangle_{\mathbb{R}^3} \end{array}$$

mit der Matrix
$$A=\left(\begin{array}{ccc} 4 & 1 & -1\\ 1 & 4 & -1\\ -1 & -1 & 4 \end{array}\right)$$
 ein Skalarprodukt definiert.