

Tutoriumsblatt 14 zu Analysis mehrerer Variablen (Lehramt Gymnasium)

Aufgabe 1:

Bestimme die σ -Algebra $\sigma(\{\{x\} : x \in \mathbb{R}\})$ auf $\mathbb{R}$, die von allen einelementigen Teilmengen erzeugt wird.

Aufgabe 2:

Es sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar. Zeige, daß die Ableitung $f' : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $\mathcal{B}(\mathbb{R}) - \mathcal{B}(\mathbb{R})$ -meßbar ist.

Aufgabe 3:

Es sei $\emptyset \neq X$ eine endliche Menge. Zeige:

- a) Für das Zählmaß $\nu : \mathcal{P}(X) \rightarrow [0, \infty[$ und die Diracmaße δ_x gilt:

$$\nu = \sum_{x \in X} \delta_x$$

- b) Jedes Maß $\mu : \mathcal{P}(X) \rightarrow [0, \infty]$ hat die Form

$$\mu = \sum_{x \in X} \mu(\{x\}) \delta_x.$$