20.12.2018

Tutoriumsblatt 10 zu Analysis mehrerer Variablen (Lehramt Gymnasium)

Aufgabe 1:
Es seien X_1, X_2, Y $\mathbb{K}-$Banachräume und $f : X_1 \times X_2 \to Y$ sei stetig und bilinear. Zeige, daß ein $C > 0$ existiert, so daß

$$\|f(x_1, x_2)\| \leqslant C\|x_1\| \cdot \|x_2\|$$

für alle $(x_1, x_2) \in X_1 \times X_2$ gilt.

Aufgabe 2:
Zeige, daß

$$\begin{array}{rcl} f : \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} & \mapsto & \begin{pmatrix} x_1 x_2 + x_3 \\ -x_1 + 2x_2 x_3 \end{pmatrix} \end{array}$$

in jedem Punkt $a \in \mathbb{R}^3$ differenzierbar ist und berechne die Ableitung.

Aufgabe 3:
Es sei $k \in \mathbb{N}$ und $\begin{array}{rcl} T_k : l^2(\mathbb{N}) & \to & \mathbb{C} \\ x = (x_n)_{n \in \mathbb{N}} & \mapsto & \sum_{n=1}^{k} x_n^2 \end{array}$. Zeige, daß T_k differenzierbar in jedem $a \in l^2(\mathbb{N})$ ist und bestimme die Ableitung $T_k'(a)$.
Hinweis: Daß $l^2(\mathbb{N})$ vollständig ist, braucht nicht bewiesen zu werden.