

Ernstfalltest zum Staatsexamen: Analysis**Aufgabe 22:** (F11T3A1)

Seien $A := \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $b: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $b(t) := \begin{pmatrix} -t \\ e^{-t} \\ 1+t \end{pmatrix}$, $x_0 := \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- Berechnen Sie ein Fundamentalsystem für die Differentialgleichung $\dot{x} = Ax$.
- Berechnen Sie die maximale Lösung des Anfangswertproblems $\dot{x} = Ax + b(t)$, $x(0) = x_0$.

Aufgabe 23: (H11T1A4)

Berechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} e^t, \quad x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 24: (H14T2A4)

Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$y'(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} y(t)$$

- Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem für dieses Differentialgleichungssystem.
- Bestimmen Sie die Lösung dieses Differentialgleichungssystems mit dem Anfangswert $y(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.
- Ist die Nulllösung für dieses Differentialgleichungssystem stabil?