

## Ernstfalltest zum Staatsexamen: Analysis

**Aufgabe 4:** (F04T1A4) Welche der drei Differentialgleichungen

$$(a) y' = |y| \quad (b) y' = \sqrt{|y|} \quad (c) y' = y^2$$

besitzen eine Lösung, bzw. eine eindeutige Lösung  $\varphi$  mit  $\varphi(0) = 0$ ?

**Aufgabe 5:** (F03T1A2) Finden Sie eine Lösung  $\lambda$  des Anfangswertproblems

$$x'(t) = (t + x(t))^2, \quad x(0) = 0. \tag{1}$$

Was ist der maximale Definitionsbereich dieser Lösung? Ist diese Lösung eindeutig?

**Aufgabe 6:** (H11T3A5)

Sei  $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  eine stetige Funktion mit

$$\gamma = \sup_{t \geq 0} \int_0^t p(s) ds \in \mathbb{R}$$

- a) Berechnen Sie für  $x_0 \in \mathbb{R}$  die Lösungen  $x(t)$  des Anfangswertproblems  $x'(t) = p(t)e^{x(t)}$  für  $t > 0$  mit  $x(0) = x_0$ .
- b) Beweisen Sie: Ist  $1 > \gamma e^{x_0}$ , so existiert die Lösung in (a) für alle Zeiten  $t > 0$ .