Übungsblatt 3 zu Mathematik III für Physiker

Aufgabe 117: (20 Punkte)
Es sei $n \in \mathbb{N}$; $Y_1, ..., Y_n, Z$ seien Banachräume und $\phi : Y_1 \times Y_2 \times ... \times Y_n \to Z$ eine stetige multilineare Abbildung.

a) Zeige, daß $C > 0$ existiert, so daß für alle $y = (y_1, ..., y_n) \in Y_1 \times Y_2 \times ... \times Y_n$ gilt:

$$||\phi[(y_1, ..., y_n)]|| \leq C||y_1||...||y_n||.$$

b) Zeige, daß ϕ in jedem Punkt $b = (b_1, ..., b_n) \in Y_1 \times Y_2 \times ... \times Y_n$ differenzierbar ist und für alle $y = (y_1, ..., y_n) \in Y_1 \times Y_2 \times ... \times Y_n$ gilt :

$$\phi'(b)[y] = \sum_{k=1}^{n} \phi[(b_1, ..., b_{k-1}, y_k, b_{k+1}, ..., b_n)] \ .$$

Aufgabe 118: (10 Punkte)
Es sei $k \in \mathbb{N}$ und $\begin{array}{rcl} T_k : l^2(\mathbb{N}) & \to & \mathbb{C} \\ x = (x_n)_{n \in \mathbb{N}} & \mapsto & \sum_{n=1}^{k} x_n^2 \end{array}$. Zeige, daß T_k differenzierbar in jedem $a \in l^2(\mathbb{N})$ ist und bestimme die Ableitung $T_k'(a)$.
Hinweis: Daß $l^2(\mathbb{N})$ vollständig ist, braucht nicht bewiesen zu werden.

Aufgabe 119: (10 Punkte) Zeige, daß

$$\begin{array}{rcl} f : \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} & \mapsto & \begin{pmatrix} x_1 x_2 x_3 \\ -x_1 + 2x_2 + 7x_3 \end{pmatrix} \end{array}$$

in jedem Punkt $a \in \mathbb{R}^3$ differenzierbar ist und berechne die Ableitung,

Abgabe je Zweier-/Dreiergruppe eine Lösung bis Donnerstag 8.11.2018, 14 Uhr – vor der Vorlesung oder im Übungskasten vor der Bibiliothek, Theresienstraße 1. Stock