

Ernstfalltest zum Staatsexamen: Analysis**Aufgabe 22:** (F14T3A5)Es seien $A := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $b(t) := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$.

- a) Berechnen Sie ein Fundamentalsystem für die Differentialgleichung $\dot{x} = Ax$.
- b) Berechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems $\dot{x} = Ax + b(t)$, $x(0) = 0$.

Aufgabe 23: (F10T3A1)

Man bestimme alle Lösungen des Systems von Differentialgleichungen

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x.$$

Hat das System eine stabile oder eine asymptotisch stabile Gleichgewichtslösung?

Aufgabe 24: (F06T1A5)

Gegeben sei die reelle Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -\beta & 0 & 0 \\ \beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma \\ 0 & 0 & \gamma & 0 \end{pmatrix}$$

mit $\beta, \gamma \neq 0$. Man zeige: Genau dann sind sämtliche Lösungen des homogenen linearen Differentialgleichungssystems $x' = Ax$ periodisch, wenn $\frac{\beta}{\gamma}$ rational ist.