

Ernstfalltest zum Staatsexamen: Analysis

Aufgabe 4: (H12T1A3)

- a) Sei g eine positive differenzierbare Funktion. Welche Stammfunktion hat dann $\frac{g'}{g}$?
- b) Bestimmen Sie die Lösung $y = \varphi(x)$ des Anfangswertproblems

$$y' = -xy \ln(y), \quad y(0) = e$$

und deren maximalen Definitionsbereich. Zeigen Sie, daß die Lösung auf diesem Definitionsbereich der Abschätzung $1 \leq \varphi(x) \leq e$ genügt und skizzieren Sie den Graphen der Funktion φ .

Aufgabe 5: (H16T1A3)

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$y' = -\tan(y)e^y, \quad y(0) = -1$$

- a) Zeigen Sie, daß das Anfangswertproblem eine eindeutige Lösung auf $\mathbb{R}_+ = [0, \infty[$ besitzt.
- b) Bestimmen Sie $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x)$.

Aufgabe 6: (F11T1A1) Untersuchen Sie für die Differentialgleichung

$$y' = 2\sqrt{|y-1|}$$

jeweils, ob es Lösungen mit den wie folgt vorgegebenen Werten gibt, und geben Sie im Falle der Existenz alle solchen Lösungen an:

- a) $y(0) = 0$ und $y(1) = 2$
- b) $y(0) = 0$ und $y(2) = 2$
- c) $y(0) = 0$ und $y(3) = 2$