Übungsblatt 8 zu Mathematik I für Physiker

Aufgabe 29: (10 Punkte)

Es sei $a := \frac{i}{\sqrt{2}}(1+i)$ und

$$b_n := a^n + \left(\frac{i}{2}\right)^n.$$

Bestimme alle Häufungswerte der Folge $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

Aufgabe 30: (10 Punkte)

Es sei $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge in $\mathbb{R}$. Zeige:

$$-\left(\liminf_{n \rightarrow \infty} x_n\right) = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} (-x_n)$$

Aufgabe 31: (10 Punkte)

Bestimme in $\widehat{\mathbb{R}}$ die Grenzwerte von

$$(\sqrt{n^2+1})_{n \in \mathbb{N}}, (\sqrt[n]{n!})_{n \in \mathbb{N}}, (n^2+1)_{n \in \mathbb{N}}, \left(\frac{n^2+1}{\sqrt[n]{n!}}\right)_{n \in \mathbb{N}} \text{ und } \left(\frac{\sqrt{n^2+1}}{n^2+1}\right)_{n \in \mathbb{N}}.$$

Aufgabe 32: (10 Punkte)

Sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge in $\mathbb{R}$, definiere die Folge $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ durch $b_n := \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n a_k$ und zeige

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n \leq \liminf_{n \rightarrow \infty} b_n \leq \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} b_n \leq \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n.$$

Finde ein Beispiel für eine Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, so daß in diesem Fall sogar

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n < \liminf_{n \rightarrow \infty} b_n < \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} b_n < \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n$$

gilt.

Abgabe je Zweier-/Dreiergruppe eine Lösung bis Donnerstag 21.12.2017, 10.15 Uhr – im Übungskasten vor der Bibliothek, Theresienstraße 1. Stock oder in der Vorlesung. Markieren Sie einen Nachnamen zum Sortieren bei der Rückgabe.