

## Übungsblatt 6 zu Mathematik I für Physiker

### Aufgabe 21: (10 Punkte)

Es sei  $K$  ein geordneter Körper,  $n \in \mathbb{N}$  und  $x_1, \dots, x_n \in K$  mit  $x_1 > 0, \dots, x_n > 0$ . Zeige:

- a) Gilt  $x_1 + \dots + x_n = n$ , so ist  $x_1 \cdots x_n \leq 1$ .

Hinweis: Wieso kann man beim Induktionsschritt  $n \rightarrow n+1$  oE.  $x_n = \min\{x_1, \dots, x_{n+1}\}$  und  $x_{n+1} = \max\{x_1, \dots, x_{n+1}\}$  voraussetzen und die Induktionsvoraussetzung auf  $x_1, \dots, x_{n-1}$  und  $x_n + x_{n+1} - 1$  anwenden?

$$\text{b) } \left( \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \dots + \frac{1}{x_n}} \right)^n \leq x_1 \cdots x_n \leq \left( \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \right)^n.$$

### Aufgabe 22: (10 Punkte)

Zu  $k \in \mathbb{Z}$  sei  $\bar{k}$  die Äquivalenzklasse von  $k$  in  $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ . Löse in  $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$  die folgenden Gleichungen:

- a)  $\bar{2}X = \bar{5}$   
 b)  $X^2 = \bar{5}$   
 c)  $\bar{3}X^2 = \bar{6}$   
 d)  $X^6 = \bar{2}$   
 e)  $X^{99} + X^2 = \bar{3}$

### Aufgabe 23: (10 Punkte)

Entscheide, ob für die folgenden Mengen  $X, Y \subseteq \mathbb{R}$  Minimum, Infimum, Supremum oder Maximum existiert und gib diese gegebenenfalls an:

- a)  $X := \bigcap_{n \in \mathbb{N}} \left[ -n^2, 1 - \frac{1}{n} \right]$   
 b)  $Y := \left( \bigcap_{n \in \mathbb{N}} \left[ \frac{(-1)^n}{n}, 2 + \frac{1}{n^2} \right] \right) \cup \left\{ -2 \cdot (-1)^n + \frac{(-1)^n}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}$

### Aufgabe 24: (10 Punkte)

Zeichne die folgenden Teilmengen der komplexen Zahlen  $\mathbb{C}$  in die komplexe Ebene ein:

$$A := \left\{ z \in \mathbb{C} : (z - i)\overline{(z - i)} = 1 \right\}$$

$$B := \{ z \in \mathbb{C} : -1 < \text{Im}(z) \leq 2, \text{Re}(z) \geq 0 \}$$

$$C := \{ z \in \mathbb{C} : \text{Re}(z) - 1 \leq \text{Im}(z) < 1 + \text{Re}(z), \text{Re}(z) > -2, \text{Im}(z) \leq 2 \}$$

**Abgabe je Zweier-/Dreiergruppe eine Lösung bis Donnerstag 30.11.2017, 10.15 Uhr – im Übungskasten vor der Bibliothek, Theresienstraße 1. Stock oder in der Vorlesung. Markieren Sie einen Nachnamen zum Sortieren bei der Rückgabe.**