Übungsblatt 10 zu Mathematik I für Physiker

Aufgabe 37: (15 Punkte)
Untersuche, ob die Reihen

a) $\displaystyle\left(\sum_{k=1}^{n} \frac{k^2}{\sqrt[4]{k+1}^k}\right)_{n\in\mathbb{N}}$

b) $\displaystyle\left(\sum_{k=1}^{n} \binom{2k}{k}^{-1}\right)_{n\in\mathbb{N}}$

c) $\displaystyle\left(\sum_{k=1}^{n} \binom{2k}{k} 6^{-k}\right)_{n\in\mathbb{N}}$

d) $\displaystyle\left(\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{kd(k)^2}\right)_{n\in\mathbb{N}}$, dabei sei $d(k)$ für $k \in \mathbb{N}$ die Anzahl der Dezimalstellen von k.

absolut konvergieren.

Aufgabe 38: (10 Punkte)
Es seien $w, z \in \mathbb{C}$ mit $|w| < 1$ und $|z| < 1$. Zeige, daß

$$\sup\left\{ \sum_{(k,l)\in H} |w^k z^l| : H \subseteq \mathbb{N}_0^2 \text{ ist endliche Menge} \right\} \in \mathbb{R}$$

existiert und bestimme den Grenzwert $\displaystyle\sum_{(k,l)\in\mathbb{N}_0^2} w^k z^l$ dieser Doppelreihe.

Aufgabe 39: (10 Punkte)
Es sei

$$a_{n,m} := \begin{cases} \dfrac{1}{m^2 - n^2} & \text{für } (n,m) \in \mathbb{N}^2, m \neq n \\ 0 & \text{für } (n,m) \in \mathbb{N}^2, m = n \end{cases}$$

Zeige:

a) Für jedes $n \in \mathbb{N}$ existiert der Grenzwert $\displaystyle\sum_{m=1}^{\infty} a_{n,m} := \lim_{M\to\infty} \sum_{m=1}^{M} a_{n,m}$.

b) Für jedes $m \in \mathbb{N}$ existiert der Grenzwert $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_{n,m} := \lim_{N\to\infty} \sum_{n=1}^{N} a_{n,m}$.

c) Die Grenzwerte $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} a_{n,m} := \lim_{N\to\infty} \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{\infty} a_{n,m}$ und $\displaystyle\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} a_{n,m} := \lim_{M\to\infty} \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{\infty} a_{n,m}$ existieren und es gilt

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} a_{n,m} \neq \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} a_{n,m}$$

Aufgabe 40: (5 Punkte)
Bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen ($z \in \mathbb{C}$).

a) $$\left(\sum_{n=1}^{N} \frac{(1+(-1)^n)^n}{n} z^n\right)_{N\in\mathbb{N}}$$

b) $$\left(\sum_{n=0}^{N} (i^n + 2^n) z^n\right)_{N\in\mathbb{N}_0}.$$

Abgabe je Zweier-/Dreiergruppe eine Lösung bis Donnerstag 18.1.2018, 10.15 Uhr – im Übungskasten vor der Bibiliothek , Theresienstraße 1. Stock oder in der Vorlesung. Markieren Sie einen Nachnamen zum Sortieren bei der Rückgabe.