Übungsblatt 5 zu Mathematik I für Naturwissenschaftler

Aufgabe 17: (10 Punkte)
Entscheide, ob die komplexen Folgen

a) $\left((1-i)^n\right)_{n\in\mathbb{N}}$

b) $\left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(1-i)\right)^n\right)_{n\in\mathbb{N}}$

c) $\left(\left(\frac{1}{2}(1-i)\right)^n\right)_{n\in\mathbb{N}}$

konvergieren und bestimme gegebenenfalls den Grenzwert.

Aufgabe 18: (10 Punkte)
Bestimme für $\left(\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^n + \left(\frac{i}{2}\right)^n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ die Grenzwerte aller konvergenten Teilfolgen.

Aufgabe 19: (10 Punkte)
Bestimme die Nullstellen der komplexen Polynomfunktionen

$$\begin{array}{rcl} p:\mathbb{C} & \to & \mathbb{C} \\ z & \mapsto & z^4+1 \end{array}$$

und

$$\begin{array}{rcl} q:\mathbb{C} & \to & \mathbb{C} \\ z & \mapsto & z^4-3z^3+z^2+7z-30 \end{array}$$

und schreibe die reellen Polynomfunktionen $p|_{\mathbb{R}}$ und $q|_{\mathbb{R}}$ in Form eines Produkts von Faktoren $(x-a)$ mit $a\in\mathbb{R}$ bzw. $((x-b)^2+c^2)$ mit $b,c\in\mathbb{R}$.
Hinweis: Ganzzahlige Nullstellen von q sind Teiler von 30.

Aufgabe 20: (10 Punkte) Welche der folgenden Mengen sind sogar $\mathbb{R}-$Vektorräume?

a) $U_1 := \left\{ \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : 2x_1+3x_2-x_3=0 \right\}$

b) $U_2 := \left\{ \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x_1^2+x_2^2 \le 4 \right\}$

c) $U_3 := \left\{ \begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & a_3x^3+a_2x^2+a_0 \end{array} : a_3,a_2,a_0\in\mathbb{R} \right\}$

Frohe Weihnachten und ein gutes neues Jahr.

Abgabe je Zweier-/Dreiergruppe eine Lösung bis Montag 15.1.2018, 14 Uhr – vor der Vorlesung oder im Übungskasten vor der Bibiliothek, Theresienstraße 1. Stock