Übungsblatt 4 zu Mathematik I für Naturwissenschaftler

Aufgabe 13: (10 Punkte)
Beginnend mit $a_1 := 5$ definiere die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ durch

$$a_{n+1} := \sqrt{8a_n + 9}$$

für $n \geq 1$.

a) Zeige, daß die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ nach oben beschränkt und monoton steigend ist.

b) Bestimme den Grenzwert von $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Aufgabe 14: (10 Punkte)
Es seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $0 < a \leq b$. Zeige, daß die Folge $\left(\sqrt[n]{a^n + b^n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert mit

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a^n + b^n} = b.$$

Aufgabe 15: (10 Punkte)
Zu vorgegebenen $a_0, a_1 \in \mathbb{R}$ definiere die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ durch

$$a_n := \frac{1}{2}(a_{n-1} + a_{n-2}).$$

Zeige, daß die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert und bestimme den Grenzwert.

Aufgabe 16: (10 Punkte)

a) Bestimme den Real- und Imaginärteil von folgenden komplexen Zahlen:

$$(1+i)^3, \frac{1+i}{4i-2}$$

b) Skizziere die Mengen

$$A := \{z \in \mathbb{C} : |z+i| \leq 2, \mathrm{Im}\,(z) < 0\}$$

$$B := \{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Im}\,(z) - 1 \geq \mathrm{Re}\,(z) > \mathrm{Im}\,(z), |z| = 4\}$$

Abgabe je Zweier-/Dreiergruppe eine Lösung bis Montag 18.12.2017, 14 Uhr – vor der Vorlesung oder im Übungskasten vor der Bibiliothek, Theresienstraße 1. Stock