Übungsblatt 3 zu Mathematik I für Naturwissenschaftler

Aufgabe 9: (10 Punkte)
Es sei $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge in $\mathbb{R}$ derart, daß die beiden Teilfolgen $(x_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ und $(x_{2n+1})_{n\in\mathbb{N}}$ gegen den gemeinsamen Grenzwert $x \in \mathbb{R}$ konvergieren. Zeige, daß $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine konvergente Folge mit $x = \lim\limits_{n\to\infty} x_n$ ist.

Aufgabe 10: (20 Punkte)
Entscheide ob diese reellen Folgen einen Grenzwert besitzen und bestimme gegebenfalls diesen Grenzwert:

a) $((-1)^n)_{n\in\mathbb{N}}$

b) $\left(\dfrac{(-1)^n}{n^2-2n+2}\right)_{n\in\mathbb{N}}$

c) $\left(\dfrac{n^2}{2^{3n}+n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$

d) $\left(\dfrac{2n^3+(-1)^n n^2+1}{n^3+n^2+4}\right)_{n\in\mathbb{N}}$

e) $\left(\dfrac{(-1)^n n^2+n+1}{n^2-1}\right)_{n\in\mathbb{N}}$

Aufgabe 11: (10 Punkte)
Es sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine konvergente Folge reeller Zahlen mit $a := \lim\limits_{n\to\infty} a_n \in \mathbb{R}$. Zeige

$$-\infty < \inf\{a_n : n \in \mathbb{N}\} \le a$$

und gib je ein Beispiel für eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $\inf\{a_n : n \in \mathbb{N}\} = a$ beziehungsweise mit $\inf\{a_n : n \in \mathbb{N}\} < a$ an.

Aufgabe 12: (10 Punkte)
Zeige, daß die Folge $\left(\left(1+\dfrac{1}{n^3}\right)^n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert gegen den Grenzwert 1.
Hinweis: Verwende die Binomialformel, um eine geeignete Folge als obere Schranke zu erhalten...

Abgabe je Zweier-/Dreiergruppe eine Lösung bis Montag 4.12.2017, 14 Uhr – vor der Vorlesung oder im Übungskasten vor der Bibiliothek, Theresienstraße 1. Stock