



Tutorium zur Vorlesung Mathematik für Naturwissenschaftler Blatt 6

Aufgabe 1

Betrachte den \mathbb{R} -Vektorraum \mathbb{R}^3 . Überprüfe ob die folgenden Vektoren linear unabhängig sind und ob es sich um eine Basis des \mathbb{R}^3 handelt.

- a) $(4, 5, 1)^\top, (2, 3, -1)^\top$;
- b) $(1, 2, 0)^\top, (0, 1, -2)^\top, (-1, 1, 1)^\top$;
- c) $(1, 2, 2)^\top, (2, 1, 2)^\top, (1, 1, 1)^\top, (1, 0, 0)^\top$.

Aufgabe 2

Überprüfe ob die folgenden Abbildungen linear sind.

- a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x + c, c > 0$;
- b) $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto 2x + y$;
- c) $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2x_1^2 + x_2 \\ -x_2 \\ x_1 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 3

Bestimme den Kern und das Bild der folgenden Abbildungen.

- a) $\varphi : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_1 \end{pmatrix}$;
- b) $\psi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 0 \\ x_1 \\ 0 \\ x_3 \end{pmatrix}$.