Mathematisches Institut der Universität München 24. 5. 2023

Tutorium 6 zu Analysis und Lineare Algebra II (Physik)

Aufgabe 1:
Betrachte das lineare Gleichungssystem $A\underline{x} = \underline{b}$ mit $\underline{x} \in \mathbb{R}^4$, $A \in M(3 \times 4, \mathbb{R})$, und $\underline{b} \in \mathbb{R}^3$ gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

Sei $\text{Lös}(A, \underline{b}) := \{\underline{x} \in \mathbb{R}^4 \mid A\underline{x} = \underline{b}\}$

a) Drücke den Lösungsraum $\text{Lös}(A, \underline{0})$ als lineare Hülle einer Menge linear unabhängiger Vektoren aus.

b) Berechne $\dim_{\mathbb{R}}\big(\text{Lös}(A, \underline{0})\big)$.

c) Berechne $\text{Rang}(A)$.

d) Drücke $\text{Lös}(A, \underline{b})$ als affinen Unterraum aus.

Aufgabe 2:
Falls möglich, invertiere die Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 4 & 22 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3:
Berechne die Determinante der Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 4 \\ 2 & 5 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 7 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 4 & 22 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix}$$