

## 11. Ernstfalltest zum Staatsexamen: Analysis

**Aufgabe 31:** (H13T2A1) Betrachten Sie das Gebiet

$$G := \left\{ z \in \mathbb{C} : |z| < 1, \left| z - \frac{1}{2} \right| > \frac{1}{2} \right\}.$$

Geben Sie eine biholomorphe Abbildung von  $G$  auf die Einheitskreisscheibe

$$\mathbb{E} := \{w \in \mathbb{C} : |w| < 1\}$$

an. Hinweis: Bilden Sie zunächst  $G$  mit einer Möbiustransformation auf den Streifen  $S := \{z \in \mathbb{C} : 0 < \operatorname{Im}(z) < \pi\}$  ab und nutzen Sie dann die Exponentialfunktion.

**Aufgabe 32:** (H11T1A2)

Es sei  $\Omega \neq \mathbb{C}$  ein einfach zusammenhängendes Gebiet, es seien  $a, b \in \Omega$  mit  $a \neq b$  und es seien  $f : \Omega \rightarrow \Omega$  und  $g : \Omega \rightarrow \Omega$  biholomorphe Abbildungen mit  $f(a) = g(a)$  und  $f(b) = g(b)$ . Zeigen Sie  $f = g$ .

**Aufgabe 33:** (H13T3A5)

Sei  $G \subseteq \mathbb{C}$  ein einfach zusammenhängendes Gebiet und sei  $z_0 \in G$ . Ist die Menge

$$\{f'(z_0) : f : G \rightarrow G \text{ holomorph, } f(z_0) = z_0\}$$

beschränkt? Unterscheiden Sie dabei die Fälle  $G = \mathbb{C}$  und  $G \neq \mathbb{C}$ .