Übungsblatt 6 zu Analysis und Lineare Algebra II (Physik)

Aufgabe 76: (10 Punkte)
Es sei $n = 2l \in \mathbb{N}$ eine gerade Zahl und $A_n = (a_{ij})_{1\leq i,j\leq n} \in M_n(\mathbb{C})$ gegeben durch

$$a_{ij} := \begin{cases} 0 & \text{für } i+j \notin 3\mathbb{N} \\ \dfrac{i+j}{3} & \text{für } i+j \in 3\mathbb{N} \end{cases}$$

wie in Aufgabe 73 und $U_n := \{\underline{b} \in \mathbb{C}^n : \text{das Gleichungssystem } A_n\underline{x} = \underline{b} \text{ ist lösbar}\}$. Zeige, daß U_n ein Untervektorraum von $\mathbb{C}^n$ ist und bestimme $\dim(U_n)$.

Aufgabe 77: (10 Punkte)
Es sei $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 & 0 & 10 \\ 2 & 6 & -1 & 2 & 9 \\ 1 & 0 & -1 & -3 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 4 & 6 & 8 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ und $\underline{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$. Bestimme die Lösungsräume von $A\underline{x} = \underline{b}$ und $B\underline{x} = \underline{b}$.

Aufgabe 78: (10 Punkte)
Berechne die Determinanten von

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & 8 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -4 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Entscheide, welche der Matrizen invertierbar ist berechne gegebenenfalls die Inversen.

Aufgabe 79: (10 Punkte)
Es seien $1 \leq n < m \in \mathbb{N}$, $A \in M(m \times n, \mathbb{C})$ und $B \in M(n \times m, \mathbb{C})$. Zeige $\det(AB) = 0$.

Abgabe in Zweier- oder Dreiergruppen bis Mittwoch 31.5.2023 16 Uhr über Moodle