Übungsblatt 10 zu Analysis und Lineare Algebra II (Physik)

Aufgabe 92: (15 Punkte)

a) Es sei $a \in \mathbb{R}$, $j \in \mathbb{N}$ und

$$J_j(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & & & \\ & a & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & a & 1 \\ & & & & a \end{pmatrix} \in M_j(\mathbb{R})$$

ein $j \times j-$Jordankastl zum Eigenwert a. Berechne für ein $2j \times 2j-$Kastl

$$\left(\begin{array}{c|c} J_j(a) & -bE_j \\ \hline bE_j & J_j(a) \end{array}\right) \in M_{2j}(\mathbb{R})$$

einer reellen Jordanform zum Eigenwert $\gamma = a + ib$ für alle $t \in \mathbb{R}$ die Matrix

$$e^{t\left(\begin{array}{c|c} J_j(a) & -bE_j \\ \hline bE_j & J_j(a) \end{array}\right)}.$$

b) Bestimme für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

einmal mittels Jordannormalform und einmal mittels reeller Jordannormalform für $t \in \mathbb{R}$ die Matrix e^{tA}.

Aufgabe 93: (10 Punkte)
Bestimme für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ 3 & 3 & -3 & 2 & -1 \\ -3 & -3 & 2 & -3 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

e^{tA} für $t \in \mathbb{R}$ und A^{2023}.

Aufgabe 94: (15 Punkte) Berechne für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

alle Eigenwerte, verallgemeinerten Eigenräume, eine Jordanform mit Transformationsmatrizen, e^{tA} und $\cos(tA) = \dfrac{e^{itA} + e^{-itA}}{2}$ für $t \in \mathbb{R}$.

Abgabe in Zweier- oder Dreiergruppen bis Mittwoch 5.7.2023 16 Uhr über Moodle