

## Übungsblatt 1 zu Analysis und Lineare Algebra II (Physik)

### Aufgabe 57: (10 Punkte)

Entscheide, welche der folgenden Aussagen wahr oder falsch ist, durch Angabe eines Beweises oder eines Gegenbeispiels.

Es sei  $K$  ein Körper und  $V$  ein  $K$ -Vektorraum.

- a) Ist  $W \subseteq V$  mit  $\mathbf{0} \in W$ , dann ist  $W$  linear abhängig.
- b) Ist  $\emptyset \neq W \subseteq V$ , dann ist  $\text{lin}(W)$  linear unabhängig.
- c) Ist  $X \subseteq W \subseteq V$  und  $X$  linear abhängig, dann ist auch  $W$  linear abhängig.
- d) Ist  $X \subseteq W \subseteq V$  und  $W$  linear abhängig, dann ist auch  $X$  linear abhängig.
- e) Ist  $X \subseteq W \subseteq V$  und  $X$  linear unabhängig, dann ist auch  $W$  linear unabhängig.
- f) Ist  $X \subseteq W \subseteq V$  und  $W$  linear unabhängig, dann ist auch  $X$  linear unabhängig.

### Aufgabe 58: (10 Punkte)

Entscheide, welche der folgenden Aussagen wahr oder falsch ist, durch Angabe eines Beweises oder eines Gegenbeispiels.

Es sei  $K$  ein Körper und  $m, n \in \mathbb{N}$

- a) Ist  $W \subseteq K^n$  eine Menge mit  $m$  Elementen,  $m \leq n$ , dann ist  $W$  linear abhängig.
- b) Ist  $W \subseteq K^n$  eine Menge mit  $m$  Elementen,  $m \leq n$ , dann ist  $W$  linear unabhängig.
- c) Ist  $W \subseteq K^n$  eine Menge mit  $m$  Elementen,  $m > n$ , dann ist  $W$  linear abhängig.

### Aufgabe 59: (10 Punkte)

Teste die folgenden Mengen von Vektoren auf lineare Unabhängigkeit:

- a)  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 7 \end{pmatrix} \right\}$  in  $\mathbb{R}^3$
- b)  $\left\{ \begin{pmatrix} 1+i \\ 1-i \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2-i \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ i \end{pmatrix} \right\}$  in  $\mathbb{C}^3$

### Aufgabe 60: (10 Punkte)

- a) Zeige, daß

$$V := \{f : \mathbb{C} \setminus \{-1, 1\} \rightarrow \mathbb{C} : f \text{ ist eine Funktion} \}$$

ein  $\mathbb{C}$ -Vektorraum ist.

- b) Untersuche, ob

$$W := \left\{ \begin{array}{ll} g_n : \mathbb{C} \setminus \{-1, 1\} & \rightarrow \mathbb{C} \\ z & \mapsto \frac{\sin(nz)}{z^2 - 1} \end{array} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

eine linear unabhängige Teilmenge von  $V$  ist.

**Abgabe in Zweier- oder Dreiergruppen bis Mittwoch 26.4.2023 16 Uhr über Moodle**