Mathematisches Institut der Universität München 15.6.2022

Tutorium 8 zu Analysis und Lineare Algebra II

Aufgabe 1:
Auf $X := \{\circ, \square, \triangle, \triangledown\}$ ist

$$\mathcal{O}_X := \{\emptyset, X, \{\circ\}, \{\triangle\}, \{\circ, \triangle\}\}$$

offenbar eine Topologie. Bestimme für $W := \{\circ, \square, \triangledown\}$

a) den offenen Kern W° von W

b) den Abschluß $\overline{W}$ von W

c) den Rand ∂W von W

d) die Menge aller Häufungspunkte von W

e) die Menge aller isolierten Punkte von W.

Aufgabe 2:

(a) Es sei X eine Menge mit mindestens drei Elementen. Zeige, daß die Potenzmenge $\mathcal{P}(X)$ die gröbste Topologie auf X ist, in der alle zweielementigen Teilmengen von X offen sind.

(b) Wie sieht das für zweielementige Mengen X aus?

Aufgabe 3:
Es sei $(X, \mathcal{O}_X)$ ein topologischer Raum, $\emptyset \neq Y \subseteq X$. Ferner sei $\mathcal{O}_Y := \{V \cap Y : V \in \mathcal{O}_X\}$ die Relativtopologie auf Y und $\begin{array}{rccc} i_Y : & Y & \to & X \\ & y & \mapsto & y \end{array}$ die Einbettung von Y in X. Zeige, daß $\mathcal{O}_Y$ die gröbste Topologie auf Y ist, so daß i_Y stetig wird.