Mathematisches Institut der Universität München 1.6.2022

Tutorium 6 zu Analysis und Lineare Algebra II

Aufgabe 1:
Es sei $A \in M_n(\mathbb{C})$ eine selbstadjungierte Matrix; zeige, daß e^{iA} eine unitäre Matrix ist.

Aufgabe 2: Bestimme für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 1 & -3 & -1 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

eine Jordanform mit den zugehörigen Transformationsmatrizen und berechne für jedes $t \in \mathbb{R}$ die Matrix e^{tA}.

Aufgabe 3: Bestimme alle Eigenwerte und Eigenräume von

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 2 \\ -4 & 4 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

und ermittle mit dem Schmidtschen Orthonormalisierungsverfahren eine Orthonormalbasis von $\mathbb{R}^3$ aus Eigenvektoren von A. Entscheide, ob $\begin{array}{rcl} s_A : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R} \\ (\underline{x}, \underline{y}) & \mapsto & \langle \underline{x}, A\underline{y} \rangle \end{array}$ ein Skalarprodukt auf $\mathbb{R}^3$ definiert.