Mathematisches Institut der Universität München 6.7.2022

Tutorium 11 zu Analysis und Lineare Algebra II

Aufgabe 1: Zeige:

a) Für $\begin{array}{rcl} g:\mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x^3 \end{array}$ gilt:

$$\lim_{x\to\infty} g(x) = \infty, \qquad \lim_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$$

b) g ist bijektiv.

Aufgabe 2:
Es sei $(X, \mathcal{O})$ ein topologischer Raum, $Z_1, ..., Z_n \subseteq X$ offen und zusammenhängend.

a) Gilt $Z_k \cap Z_{k+1} \neq \emptyset$ für $k = 1, ..., n-1$, so ist $Z := Z_1 \cup ... \cup Z_n$ zusammenhängend.

b) Sind $f_l : Z_l \to \mathbb{R}$ stetig für $l = 1, ..., n$ mit $l \in f_l(Z_l)$ und $f_k(z) = f_l(z)$ falls $z \in Z_k \cap Z_l \neq \emptyset$, so definiert $f : Z \to \mathbb{R}$ mit $f(z) = f_l(z)$ falls $z \in Z_l$ eine stetige Funktion mit $[1, n] \subseteq f(Z)$.

Aufgabe 3:
Es sei $(X, \mathcal{O})$ ein hausdorffscher topologischer Raum und $K, L \subseteq X$ seien kompakt. Zeige daß auch $K \cup L$ kompakt ist.