

Tutorium 10 zu Analysis und Lineare Algebra II**Aufgabe 1:**

Zeige mit Hilfe des Banachschen Fixpunktsatzes, daß das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}\frac{x^2}{8} - x + \frac{y^2}{4} + \frac{1}{5} &= 0 \\ \frac{x^2}{4} - \frac{5}{8}y^2 - y + \frac{1}{8} &= 0\end{aligned}$$

auf der Menge $M := [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \times [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ genau eine Lösung besitzt.

Aufgabe 2:

Bestimme den punktweisen Grenzwert $f : [1, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ der Funktionenfolge

$$\left(\begin{array}{l} f_n : [1, \infty[\rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{nx^2}{n^2 + x^2} \end{array} \right)_{n \in \mathbb{N}}.$$

Konvergiert f_n gleichmäßig?

Aufgabe 3:

Was ist die größtmögliche offene Kreisscheibe $U \subseteq \mathbb{C}$, so daß

$$\begin{aligned}f : U &\rightarrow \mathbb{C} \\ z &\mapsto \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n} \right)^{5n^2} z^n\end{aligned}$$

eine stetige Funktion definiert?