Übungsblatt 3 zu Analysis und Lineare Algebra II

Aufgabe 61: (10 Punkte) Zeige, daß

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

eine Schursche Normalform besitzt und bestimme eine Schursche Normalform von A.

Aufgabe 62: (10 Punkte)
Bestimme für die Matrix

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & & & & & \\ & 0 & 1 & & & & & \\ & & 0 & & & & & \\ & & & -1 & 1 & & & \\ & & & & -1 & & & \\ & & & & & -1 & 1 & \\ & & & & & & -1 & 1 \\ & & & & & & & -1 \end{pmatrix}$$

in Jordanform alle Eigenwerte, Eigenräume, verallgemeinerte Eigenräume und Haupträume.

Aufgabe 63: (10 Punkte)
Bestimme für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

alle Eigenwerte, Eigenräume, verallgemeinerte Eigenräume und Haupträume.

Aufgabe 64: (10 Punkte)
Gegeben sei eine $\mathbb{C}-$lineare Abbildung $F : V \to V$ deren darstellende Matrix $A = M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(F) \in M_n(\mathbb{R})$ bzgl. einer Basis $\mathcal{B}$ von V nur reelle Koeffizienten besitzt. Zeige:

a) Falls $\lambda \in \mathbb{C}$ eine Nullstelle des charakteristischen Polynoms $p_A \in \mathbb{C}[X]$ mit algebraischer Vielfachheit $a \in \mathbb{N}$ ist, so ist $\overline{\lambda}$ ebenfalls eine Nullstelle von p_A mit gleicher algebraischer Vielfachheit a.

b) Falls $\underline{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ Eigenvektor von A zum Eigenwert λ ist, so ist $\overline{\underline{v}} := \begin{pmatrix} \overline{v_1} \\ \vdots \\ \overline{v_n} \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ ein Eigenvektor von A zum Eigenwert $\overline{\lambda}$.

Lösungen in Zweier- / Dreiergruppen anfertigen und je Gruppe eine Lösung abgeben. Abgabe bis Mittwoch 18.5.2022, 14 Uhr – über Uni2work