Übungsblatt 2 zu Analysis und Lineare Algebra II

Aufgabe 57: (10 Punkte) Es seien $A \in M(m \times n, K)$ und $B \in M(n \times m, K)$.
Zeige: $\det(E_n - BA) = \det(E_m - AB)$.
Hinweis: Benutze die beiden Blockmatrizen $F = \begin{pmatrix} E_n & 0 \\ A & E_m \end{pmatrix}$, $G = \begin{pmatrix} E_n & -B \\ -A & E_m \end{pmatrix} \in M_{n+m}(K)$.

Aufgabe 58: (10 Punkte)
Es sei $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$. Bestimme alle Eigenwerte und Eigenvektoren von A.
Ist die $\mathbb{R}-$lineare Abbildung $\begin{array}{rccc} f_A : & \mathbb{R}^3 & \rightarrow & \mathbb{R}^3 \\ & \underline{y} & \mapsto & A\underline{y} \end{array}$ diagonalisierbar?

Aufgabe 59: (10 Punkte)
Es sei $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$. Bestimme alle Eigenwerte und Eigenvektoren von A. Ist die $\mathbb{R}-$lineare Abbildung $\begin{array}{rccc} f_A : & \mathbb{R}^3 & \rightarrow & \mathbb{R}^3 \\ & \underline{y} & \mapsto & A\underline{y} \end{array}$ diagonalisierbar? Wie sieht es bei der $\mathbb{C}-$linearen Abbildung $\begin{array}{rccc} F_A : & \mathbb{C}^3 & \rightarrow & \mathbb{C}^3 \\ & \underline{y} & \mapsto & A\underline{y} \end{array}$ aus?

Aufgabe 60: (10 Punkte)
Es sei $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$. Bestimme alle Eigenwerte und Eigenvektoren von A. Ist die $\mathbb{R}-$lineare Abbildung $\begin{array}{rccc} f_A : & \mathbb{R}^3 & \rightarrow & \mathbb{R}^3 \\ & \underline{y} & \mapsto & A\underline{y} \end{array}$ diagonalisierbar? Wie sieht es bei der $\mathbb{C}-$linearen Abbildung $\begin{array}{rccc} F_A : & \mathbb{C}^3 & \rightarrow & \mathbb{C}^3 \\ & \underline{y} & \mapsto & A\underline{y} \end{array}$ aus? Besitzt A eine Schursche Normalform? Bestimme diese gegebenenfalls!

Lösungen in Zweier- / Dreiergruppen anfertigen und je Gruppe eine Lösung abgeben.
Abgabe bis Mittwoch 11.5.2022, 14 Uhr – über Uni2work