

Tutoriumsblatt 4 zu Funktionentheorie, Lebesguetheorie und gewöhnliche Differentialgleichungen (Lehramt Gymnasium)

Aufgabe 1:

Bestimme alle Ruhelösungen von

$$\begin{aligned}x' &= 5xy - 2x \\y' &= xy - 3y\end{aligned}$$

und untersuche diese auf Stabilität.

Aufgabe 2:

(a) Bestimme Art und Lage aller lokalen Extrema der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.
 $(x, y) \mapsto xe^{x-y^2}$

(b) Zeige, daß alle stationären Lösungen des Differentialgleichungssystems

$$\dot{x} = 2xy \tag{1}$$

$$\dot{y} = 1 + x \tag{2}$$

stabil sind.

c) Zeichne ein Phasenportrait für die Differentialgleichung aus (b).

Aufgabe 3:

a) Bestimme alle Ruhelagen von

$$\begin{aligned}x' &= -x^3 + xy^2 \\y' &= -y^3 - x^2y\end{aligned} \tag{3}$$

b) Zeige, daß $(0, 0)$ eine asymptotisch stabile Ruhelage von (3) ist.