

## Tutoriumsblatt 11 zu Funktionentheorie, Lebesguetheorie und gewöhnliche Differentialgleichungen (Lehramt Gymnasium)

### Aufgabe 1:

Für  $r > 0$  sei  $\gamma_r : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$ . Berechne das Integral  
$$t \mapsto re^{it}$$

$$\int_{\gamma_r} \left[ \sin \left( \frac{1}{z} \right) \right]^n dz$$

für beliebiges  $r > 0$  und  $n \in \mathbb{N}$ .

### Aufgabe 2:

Es sei  $h : \mathbb{C} \setminus [-1, 1] \rightarrow \mathbb{C}$ . Zeige, daß  $h$  einen holomorphen Logarithmus besitzt.  
$$z \mapsto \frac{z+1}{z-1}$$

### Aufgabe 3:

Bestimme die Anzahl der Nullstellen von  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  in der offenen Einheitskreisscheibe  $\mathbb{E} := \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ . Zeige weiterhin, daß alle diese Nullstellen einfach sind, genau zwei dieser Nullstellen positiven Imaginärteil haben und eine dieser Nullstellen reell ist.  
$$z \mapsto e^z + 3z^5$$