

Tutoriumsblatt 10 zu Funktionentheorie, Lebesguetheorie und gewöhnliche Differentialgleichungen (Lehramt Gymnasium)

Aufgabe 1:

- a) Bestimme die isolierten Singularitäten, deren Typ und die Residuen von $z \mapsto \frac{z^2 + z(i-3) - 3i}{(z-3)^4(z^2+1)}$.
- b) Zeige, daß $g : \{z \in \mathbb{C} : |z| > 3\} \rightarrow \mathbb{C}$ eine Stammfunktion besitzt.

$$z \mapsto \frac{z^2 + z(i-3) - 3i}{(z-3)^4(z^2+1)}$$

Aufgabe 2: Es sei $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$. Zeige, dass das Kurvenintegral

$$t \mapsto 2e^{it}$$

$$\int_{\gamma} \frac{dz}{(z^2-1)(z^2-4z+3)}$$

existiert und berechne es.

Aufgabe 3:

- a) Bestimme für $f : \mathbb{C} \setminus \{1, 0\} \rightarrow \mathbb{C}$ die Art der Singularitäten und berechne die

$$z \mapsto \frac{1}{1-z} e^{\frac{1}{z}}$$
Residuen.
- b) Es sei $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$. Berechne

$$t \mapsto 2e^{3it}$$

$$\int_{\gamma} \frac{e^{\frac{1}{z}}}{1-z} dz.$$