Tutoriumsblatt 5 zu Funktionentheorie, Lebesguetheorie und gewöhnliche Differentialgleichungen (Lehramt Gymnasium)

Aufgabe 1:

Bestimme den Konvergenzradius der Potenzreihen

a)
$$\sum_{k=1}^{\infty} z^{(2^k)}$$

b)
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(3k)!}{3^k (k!)^3} z^k$$

c)
$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{2}{k}\right)^{k^2} z^k$$

Aufgabe 2:

Bestimme alle analytischen Funktionen $f: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ mit $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{n}{(1-n)(1+2n)}$ für alle $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

Aufgabe 3:

Bestimme alle analytischen Funktionen $f:\{z\in\mathbb{C}:|z|<1\}\to\mathbb{C}$ mit $f'(z)=(f(z))^2$ für |z|<1 und f(0)=1.