

Tutoriumsblatt 3 zu Funktionentheorie, Lebesguetheorie und gewöhnliche Differentialgleichungen (Lehramt Gymnasium)

Aufgabe 1:

Es sei $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 12 & -5 \end{pmatrix}$.

- Berechne die Eigenwerte und Eigenvektoren von A und erstelle damit ein ganz grobes Bild des Phasenportraits, in dem alle Ruhelagen und alle Trajektorien, die Halbgeraden sind verzeichnet sind.
- Bestimme eine Jordanform J zu A einschließlich einer Transformationsmatrix T mit $J = T^{-1}AT$
- Bestimme aus dem Fluß $\varphi(t, \xi) = e^{tJ}\xi$ von $X' = JX$ ein Phasenportrait von $X' = AX$.

Aufgabe 2:

- Bestimme die maximale Lösung von $x' = x^2, x(0) = 1$.
- Bestimme die maximale Lösung von $x' = x^2, x(1) = 4$.

Aufgabe 3:

Zu

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ 2x - 4x^3 \end{pmatrix} \quad (1)$$

- Bestimme alle Ruhelagen von (1).
- Bestimme eine Erhaltungsgröße $H : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ von (1).
- Zeige, daß $H^{-1}(\{H((0,0))\})$ in drei Trajektorien zerfällt.