

Tutoriumsblatt 1 zu Funktionentheorie, Lebesguetheorie und gewöhnliche Differentialgleichungen (Lehramt Gymnasium)

Aufgabe 1:

Zeige, daß das Anfangswertproblem

$$x' = \frac{t - 4tx}{1 + t^2}, \quad x(1) = 1$$

eine maximale Lösung $\lambda : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ hat und berechne diese.

Aufgabe 2:

Zeige, daß das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} x_1' &= \frac{2t}{1+t^2}x_1 + e^{-t^2}x_2, & x_1(0) &= 1 \\ x_2' &= 2tx_2, & x_2(0) &= 1 \end{aligned}$$

eine maximale Lösung $\lambda : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ hat und berechne diese.

Aufgabe 3:

Es sei

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Berechne die Fundamentalmatrix e^{tA} zu $x' = Ax$.

b) Berechne die maximale Lösung von

$$x' = Ax + \begin{pmatrix} t \\ t \\ -t \end{pmatrix}, \quad x(1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$