

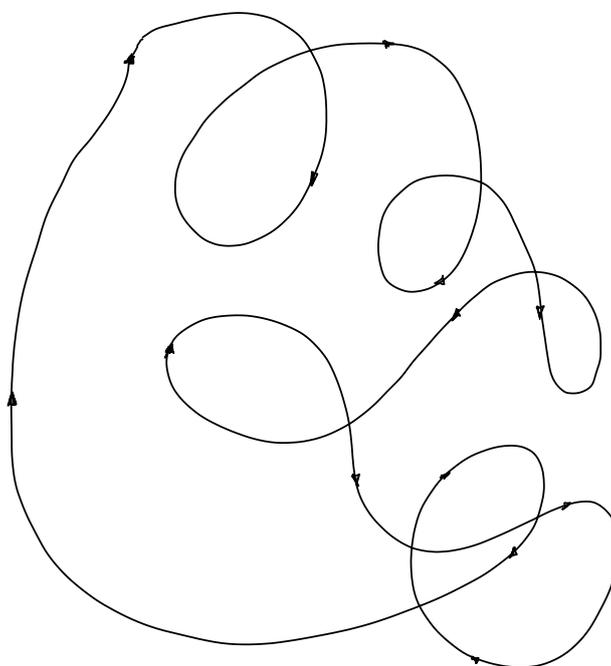
Übungsblatt 6 zu Funktionentheorie, Lebesguetheorie und gewöhnliche Differentialgleichungen (Lehramt Gymnasium)

Aufgabe 17: (10 Punkte)

Bestimme für den folgenden einfach durchlaufenen Weg alle Umlaufzahlen:

1

Skizze eines in Pfeilrichtung einfach durchlaufenen Weges



Aufgabe 18: (15 Punkte)

Es sei $a \in \mathbb{C}$ und $\gamma_a : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$ und $f : \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$.
 $t \mapsto a + e^{-2it}$ und $z \mapsto \frac{e^{iz} - 1}{z^3}$.

a) Zeige, daß für $|a| \neq 1$ das Kurvenintegral $\int_{\gamma_a} f(z) dz$ existiert.

b) Berechne das Kurvenintegral $\int_{\gamma_a} f(z) dz$ für $|a| > 1$.

c) Berechne das Kurvenintegral $\int_{\gamma_a} f(z) dz$ für $|a| < 1$.

Aufgabe 19: (15 Punkte) Es sei $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$ der durch Anstückeln aus $\gamma_1 : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{C}$
 $t \mapsto t$
und $\gamma_2 : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{C}$ entstandene geschlossene Weg.
 $t \mapsto 2e^{it}$

a) Berechne die Umlaufzahl $n(\gamma, i)$ von i bzgl. γ .

b) Berechne das Kurvenintegral

$$\int_{\gamma} \frac{3z^2 - 6z + 1}{z^3 - 3z^2 + z - 3} dz.$$