Wiederholungsklausur zu Lineare Algebra (Lehramt Gymnasium)

Nachname: ....

Vorname: ....

Geburtsdatum: ....

Matrikelnummer: ....

Aufgabe	1	2	3	4	Σ

Diese Angabe hat 5 Blätter (4 Aufgaben), bitte zu Beginn jedes Blatt mit Ihrem Namen versehen.

Bitte **schalten Sie Ihr Mobiltelefon aus** und legen es nicht auf den Tisch

Lösen Sie bitte jede Aufgabe auf dem dafür vorgesehenen Blatt. Falls der Platz nicht ausreicht, dann bekommen Sie noch zusätzliche Blätter.

Alle Lösungen oder Antworten müssen hinreichend detailliert begründet sein.

Bitte achten Sie darauf, dass Sie zu jeder Aufgabe nur eine Lösung abgeben; streichen Sie deutlich durch, was nicht gewertet werden soll.

Sie haben **90 Minuten** Zeit, um die Klausur zu bearbeiten.

Viel Erfolg!

Ich möchte einen Scan meiner korrigierten Klausur an meine Campusadresse

....@campus.lmu.de

bekommen.

Nachname: .... Vorname: ....

Aufgabe 1: (16 Punkte)
Bestimme für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

eine Jordan Normalform und die zugehörigen Transformationsmatrizen. Berechne e^{tA} für alle $t \in \mathbb{R}$.

Nachname: .... Vorname: ....

Aufgabe 2: (10 Punkte)
Bestimme für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

eine Orthonormalbasis des $\mathbb{R}^3$ bestehend aus Eigenvektoren von A.

Nachname: .... Vorname: ....

Aufgabe 3: (8 Punkte) Zeige, daß das Gleichungssytem

$$
\begin{aligned}
\frac{x^3}{10} + \frac{y^2}{10} - \frac{1}{2} &= x \\
\frac{x^2}{8} - \frac{y}{4} &= y
\end{aligned}
$$

in $[-1,1]^2$ genau eine Lösung besitzt.

Nachname: .... Vorname: ....

Aufgabe 4: (16 Punkte)
Wir versehen $\mathbb{R}$ und $\mathbb{C}$ hier mit der vom Absolutbetrag $|\cdot|$ definierten Topologie und alle Teilmengen davon mit der Relativtopologie. Zeige oder widerlege:

a) $$\begin{aligned} f_1 : \{z \in \mathbb{C} : |z+2| < 1\} &\to \mathbb{C} \\ z &\mapsto \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(k+1)^2}(z+2)^k \end{aligned}$$ ist stetig.

b) i ist isolierter Punkt von $Y := \{z \in \mathbb{C} : |z-1| < 2\} \cup \{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}\,(z) < 0\}$.

c) $$\begin{aligned} f_2 : \{z \in \mathbb{C} : |z+2| \leq 3\} &\to \mathbb{R} \\ z &\mapsto (\mathrm{Re}\,(z))^3 - \mathrm{Im}\,(z)^2 - 1 \end{aligned}$$ besitzt ein Maximum und ein Minimum.

d) Die Funktionenfolge $\left(\begin{aligned} g_n : [-1,1] &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto \frac{x}{1+x^{2n}} \end{aligned} \right)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert lokal gleichmäßig.