

**Ernstfalltest zum Staatsexamen: Analysis**

**Aufgabe 19:** (F12T1A3) Es sei  $U := \{z \in \mathbb{C} : |z| < \frac{1}{2}\}$ . Zeigen Sie, daß es eine holomorphe Funktion  $h : U \rightarrow \mathbb{C}$  mit

$$e^{h(z)} = 1 + z^5 + z^{10}$$

für alle  $z \in U$  gibt.

**Aufgabe 20:** (F06T2A2) Berechnen Sie

a) 
$$\int_{|z|=2} \frac{dz}{(z-1)(z-i)}$$

b) 
$$\int_{|z|=1} \frac{\exp(z^2 + z + 1)}{z} dz$$

**Aufgabe 21:** (F00T2A2) Berechnen Sie das Integral

$$\int_{\gamma} \frac{1}{1-z} e^{\frac{1}{z}} dz$$

für einen einfach geschlossenen, positiv orientierten Weg  $\gamma$ , der die Punkte 0 und 1 umschließt.