

## Tutoriumsblatt 7 zu Mathematik II für Physiker

### Aufgabe 1:

- a) Es sei  $(X, \mathcal{O})$  ein topologischer Raum,  $A, B \subseteq X$  mit  $A \in \mathcal{O}$ . Zeige:  $A \cap \overline{B} \subseteq \overline{A \cap B}$ .
- b) Gib ein Beispiel von  $A, B \subseteq \mathbb{R}$  mit  $A \in \mathcal{O}_{\mathbb{R}}$  an, so daß die Mengen  $\overline{A \cap B}$ ,  $\overline{A} \cap \overline{B}$  und  $\overline{A \cap B}$  paarweise verschieden sind. (Abschluß bzgl. Standardtopologie  $\mathcal{O}_{\mathbb{R}}$  gebildet!)

### Aufgabe 2:

Betrachte  $(\mathbb{R}, \mathcal{O}_{\mathbb{R}})$  mit der Standardtopologie  $\mathcal{O}_{\mathbb{R}}$  auf  $\mathbb{R}$ . Zeige, daß

$$\mathbb{D} := \left\{ \frac{k}{2^m} : k \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{N} \right\} \quad (1)$$

in  $(\mathbb{R}, \mathcal{O}_{\mathbb{R}})$  dicht ist.

**Aufgabe 3:** Die Mengen  $X := \{\square, \bullet, \diamond, \oplus\}$  und  $Y := \{\square, \circ, \triangleright, \triangleleft\}$  werden mit den Topologien

$$\mathcal{O}_X := \{\emptyset, \{\bullet\}, \{\diamond\}, \{\oplus, \square\}, \{\bullet, \diamond\}, \{\oplus, \square, \diamond\}, \{\bullet, \oplus, \square\}, X\}$$

und

$$\mathcal{O}_Y := \{\emptyset, \{\circ\}, \{\triangleright\}, \{\circ, \triangleright\}, Y\}$$

versehen. Betrachte die Abbildung  $f : X \rightarrow Y$  gegeben durch  $f(\square) := \circ$ ,  $f(\oplus) := \triangleright$ ,  $f(\bullet) := \square$  und  $f(\diamond) := \circ$ . In welchen Punkten ist  $f$  stetig?