Tutoriumsblatt 5 zu Mathematik II für Physiker

Aufgabe 1:
Entscheide welche der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{2}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$

und

$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$

orthogonal ist und welche sogar in $SO(3)$ liegt.

Aufgabe 2:
Bestimme eine Orthonormalbasis von

$$V := \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^5 : 2x_1 - x_3 + x_5 = 0, 4x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \right\}$$

(bzgl. des Standardskalarprodukts auf $\mathbb{R}^5$).

Aufgabe 3: Es sei $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathbb{R}^3}$ das Standardskalarprodukt auf $\mathbb{R}^3$ und

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 2 \\ -4 & 4 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Zeige, daß es eine Orthonormalbasis von $\mathbb{R}^3$ aus Eigenvektoren von A gibt und bestimme eine solche.

b) Zeige, daß $\begin{array}{rcl} \langle \cdot, \cdot \rangle_A : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R} \\ (\underline{x}, \underline{y}) & \mapsto & \langle \underline{x}, A\underline{y} \rangle_{\mathbb{R}^3} \end{array}$ kein Skalarprodukt auf $\mathbb{R}^3$ definiert.