Tutoriumsblatt 4 zu Mathematik II für Physiker

Aufgabe 1:
Zeige, daß $\begin{array}{rcl} \|\cdot\|_\infty : \mathbb{R}^d & \to & [0,\infty[\\ (x_1,...,x_d) & \mapsto & \sup\{|x_l| : l = 1,...,d\} \end{array}$ eine Norm definiert.

Aufgabe 2:
Berechne für $t \in \mathbb{R}$ und $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ die Matrix e^{tA}.

Aufgabe 3:
Berechne für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ -1 & 4 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

das charakteristische Polynom, alle verallgemeinerten Eigenräume und Haupträume. Entscheide, ob es eine Basis $\mathcal{B}$ von $\mathbb{R}^3$ gibt, so daß die $\mathbb{R}-$lineare Abbildung $\begin{array}{rcl} F_A : \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R}^3 \\ \underline{x} & \mapsto & A\underline{x} \end{array}$ eine darstellende Matrix $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(F_A)$ in Jordanform besitzt und gib gegebenfalls diese Jordanform zusammen mit den Transformationsmatrizen an. Berechne für $t \in \mathbb{R}$ die Matrix e^{tA}.