

**Tutoriumsblatt 13 zu Mathematik II für Physiker****Aufgabe 1:**

Bestimme die Ableitung von  $\sin : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $\cos : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $\tan : ] - \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[ \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$

und dessen Umkehrfunktion  $\arctan$ .

**Aufgabe 2:** Zeige: Es seien  $X$  und  $Y$   $\mathbb{K}$ -Banachräume,  $U \subseteq X$  offen,  $a, b \in U$  und für die verbindende Strecke  $[[a, b]]$  gilt:  $[[a, b]] \subseteq U$ . Ferner sei  $f : U \rightarrow Y$  differenzierbar auf  $U$ .  
Zeige: Für jedes  $\xi \in U$  gilt:

$$\|f(b) - f(a) - f'(\xi)[b - a]\| \leq \|b - a\| \sup \left\{ \|f'(x) - f'(\xi)\| : x \in [[a, b]] \right\}.$$

**Aufgabe 3:**

Zeige, daß die folgenden Grenzwerte existieren und bestimme diese

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{e^x}$

b)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x \ln(x)$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{\ln(x)}{x}}$

d)  $\lim_{x \searrow 0} x^x$