

## Übungsblatt 12 zu Mathematik II für Physiker

**Aufgabe 33: (10 Punkte):**

Es sei  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbar mit  $f \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$  und  $(Df) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$   
 $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \mapsto 3y_1 + y_2$

und  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Zeige, daß  $g$  differenzierbar ist und berechne  $(Dg)(0)$ .

$$t \mapsto f \begin{pmatrix} f(t, -t) \\ f(t^2, t^3) \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 34: (10 Punkte):**

Es seien  $X_1, \dots, X_n, Y$  Banachräume über demselben Körper  $\mathbb{K}$  und  $\phi : X_1 \times \dots \times X_n \rightarrow Y$  sei stetig und multilinear. Zeige:  $\phi$  ist in jedem Punkt  $a = (a_1, \dots, a_n) \in X_1 \times \dots \times X_n$  differenzierbar und

$$\phi'(a_1, \dots, a_n)[x_1, \dots, x_n] = \sum_{j=1}^n \phi(a_1, \dots, a_{j-1}, x_j, a_{j+1}, \dots, a_n). \tag{1}$$

**Aufgabe 35: (15 Punkte):**

Zeige:

a)  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  ist in jedem  $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$  differenzierbar.  
 $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto 2x_1^3x_2 + x_2^4$

b)  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  ist in jedem  $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$  differenzierbar.  
 $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto (2x_1^3x_2 + x_2^4)^4$

c) Es sei  $V := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y > 0\}$  und  $F : V \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  
 $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1x_2 + 2x_1^3x_2 + x_2^4 \\ \frac{1}{2x_1^3x_2 + x_2^4} \\ \sqrt[3]{2x_1^3x_2 + x_2^4} \end{pmatrix}$ ,

dann ist  $F$  in jedem  $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \in V$  differenzierbar.

Berechne in allen drei Beispielen die Ableitungen.

**Abgabe je Zweier-/ Dreiergruppe eine Lösung bis Mittwoch, den 15.7.2020, 15 Uhr via Uni2work. Geben Sie auf den Lösungen die Namen an.**