

Tutoriumsblatt 5 zu Lineare Algebra (Lehramt Gymnasium)

Aufgabe 1:

Entscheide welche der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{2}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$

und

$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$

orthogonal ist und welche sogar in $SO(3)$ liegt.

Aufgabe 2:

Bestimme eine Orthonormalbasis von

$$V := \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^5 : 2x_1 - x_3 + x_5 = 0, 4x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \right\}$$

(bzgl. des Standardskalarprodukts auf \mathbb{R}^5).

Aufgabe 3: Es sei $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathbb{R}^3}$ das Standardskalarprodukt auf \mathbb{R}^3 und

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 2 \\ -4 & 4 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Zeige, daß es eine Orthonormalbasis von \mathbb{R}^3 aus Eigenvektoren von A gibt und bestimme eine solche.
- b) Zeige, daß $\langle \cdot, \cdot \rangle_A : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ kein Skalarprodukt auf \mathbb{R}^3 definiert.
 $(\underline{x}, \underline{y}) \mapsto \langle \underline{x}, A\underline{y} \rangle_{\mathbb{R}^3}$